Storia ed epistemologia della matematica come basi etiche universali

D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2005). Storia ed epistemologia della matematica come basi etiche universali. *Bollettino di matematica*. [Bellinzona, Svizzera]. 50, 9-18.

Bruno D'Amore – Martha Isabel Fandiño Pinilla

N.R.D. - Dipartimento di Matematica – Università di Bologna - Italia
A.S.P. – Locarno - Svizzera

Lavoro eseguito nell'àmbito del Programma di Ricerca: «*Aspetti metodologici (teorici ed empirici) della formazione iniziale ed in servizio degli insegnanti di matematica di ogni livello scolastico*» finanziato con fondi 60% dall'Università di Bologna (Dipartimento di Matematica).

Summary. The arrival of foreign workers, speakers of many different languages, in industrialised countries, leads to the presence in classrooms of increasing numbers of students who come from other cultures, speak other languages and sometimes know and use other Mathematics. Ignore or refuse to accept this reality is not only ethically unjust but also a loss of a great opportunity, both cultural and didactic. This loss is often caused by the mistaken belief that the Mathematics taught in the host countries to native or immigrant students is unique or universal. On the contrary, knowledge of the diverse cultural origins of the different branches of Mathematics could be of great ethical benefit in avoiding useless barriers and divisions.

Resumen. La llegada de trabajadores extranjeros, que hablan diversos idiomas, a los Países industrializados, lleva con sí la presencia de un números cada vez mayor de alumnos que pertenecen a otras culturas, hablan otros idiomas y, a veces, usan y conocen otras matemáticas. No reconocer o no aceptar estas proveniencias no sólo es eticamente incorrecto, sino que también es perder una gran oportunidad cultural y didáctica. Esta perdida es generalmente debida a la convicción errónea que la Matemática propuesta en los Países que acogen a estos alumnos (del mismo país o emigrantes de otros) sea autóctona o universal, pero las cosas no son así. Conocer la realidad histórica de la proveniencia cultural de los diferentes sectores de la Matemática podría ser una ayuda ética para evitar barreras y divisiones inútiles.

Sunto. L'arrivo di lavoratori stranieri, parlanti lingue diverse, nei Paesi industrializzati, comporta la presenza in aula di numeri sempre più alti di allievi che appartengono ad altre culture, parlano altre lingue e, a volte, usano e conoscono altre matematiche. Non riconoscere o non accettare queste provenienze non solo è eticamente scorretto, ma è anche la perdita di una grande opportunità culturale e didattica. Questa perdita è spesso dovuta all'erronea convinzione che la Matematica proposta nei Paesi accoglienti ai propri allievi (di quel Paese o migranti da altri) sia autoctona o universale, ma le cose non stanno così. Conoscere la realtà storica della provenienza culturale di vari settori della Matematica potrebbe essere un aiuto etico a evitare barriere e divisioni inutili.

1. Premessa didattica

Siamo sempre più convinti che alla base di una significativa formazione dei futuri insegnanti di Matematica vi sia un apprendimento molteplice che va in questo ordine (da intendere anche in senso gerarchico):

una buona preparazione matematica (che dovrebbe essere *specifica* per la professione docente)

un'approfondita preparazione su questioni storiche ed epistemologiche della Matematica

una profonda preparazione in Didattica della matematica (ivi compresa, quando è possibile, una riflessione critica anche su questa)

In D'Amore, Fandiño (2004) abbiamo mostrato come questo sia possibile e professionalizzante in Italia nelle Scuole di Specializzazione post laurea per la formazione degli insegnanti di Matematica per la Scuola superiore, in altri Paesi nei corsi analoghi; mentre in D'Amore (2004a) abbiamo approfondito le specifiche motivazioni che ci spingono a ritenere *essenziale* per il futuro docente una formazione epistemologica; non si tratta di sole ragioni culturali (quelle evidenziate per esempio da Speranza, 1997, o da D'Amore, 2001), ma anche altamente professionali. Queste ultime sono principalmente legate alla problematica della valutazione dell'errore e dunque all'ostacolo epistemologico.

2. Una riflessione sulle *universalità*

Si dice sempre che vi sono (almeno) due linguaggi universali, la Musica e la Matematica. Tale supposta universalità starebbe nel fatto che si tratta di linguaggi che esprimono sentimenti, pensieri, verità indipendenti dal contesto, dalla lingua, dalla società.

Per la Musica ciò è solo relativamente vero. Basta avere la possibilità di ascoltare musiche regionali tradizionali (in genere riconoscibilissime) o anche musiche contemporanee di Paesi a forte valenza tradizionale.
Chi non distinguerebbe, all'interno dello stesso Caribe, un *merengue* della Dominicana, da un *vallenato* di Colombia? Solo un orecchio disattento o disinformato, come quello di un europeo non particolarmente colto in campo musicale, potrebbe confonderle. Ciascuna delle due musiche è espressione di tradizioni antiche, radicate nella cultura locale, e dunque si tratta di musiche altamente specifiche.
Chi non ha avuto modo di ascoltare musiche contemporanee prodotte (insistiamo: *oggi*) nei Paesi Arabi o in Cina? La matrice musicale è assolutamente inconfondibile.
Certo, un Mozart è considerato classico universale, alla portata di tutte le orecchie e di tutti i cervelli; ma questo risultato è dovuto ad una acculturazione imposta, non certo all'evoluzione naturale della sensibilità musicale dei diversi popoli.
C'è poi una musica prodotta dalla globalizzazione e dalla standardizzazione dei gusti, ma allora si tratta della *rinuncia* di un Paese o dei suoi abitanti, non di vera *universalità* spontanea; si tratta di un linguaggio musicale *imposto*.

Anche per la Matematica ciò è solo relativamente vero. Gli studi di D'Ambrosio (2002) hanno mostrato al mondo che il trionfo universale della Matematica consacrata come "quella nata nel bacino del Mediterraneo", è un trionfo imposto, non naturale, mentre esistono matematiche diverse, regionali, locali, il più delle volte soffocate, che rappresenterebbero la tradizione culturale locale. Noi stessi abbiamo dato, insieme ad altri, un contributo ad evidenziare queste realtà matematiche locali (D'Amore, Fandiño, 2001; D'Amore, 2002).
Certo, il concetto di derivata è considerato necessario ed universale, adatto a tutti i bisogni matematici di tutti i Paesi; ma questo risultato è dovuto ad una necessità imposta, non certo all'evoluzione naturale dello sviluppo matematico dei diversi popoli.

3. Babele in aula

Venti anni fa, e per 3 anni, uno degli autori del presente articolo è stato presidente del Girp[1] con sede direttiva a Walferdange, una cittadina del

[1] Groupe International de Recherche en Pédagogie des Mathématiques.

Granducato del Lussemburgo. Per motivi istituzionali era invitato a visitare relativamente spesso quel Paese ed in particolare classi di scuola primaria. Parlando di Didattica della matematica,[2] gli insegnanti esprimevano il loro vero problema che era soprattutto di carattere linguistico. La loro lingua autoctona (il neerlandese) non la capivano più neppure i bambini autoctoni; avevano provato con francese e tedesco, ma si era trattato di un periodo temporaneo. Gli scolari stranieri allora presenti erano soprattutto Turchi, Portoghesi, *Italiani*, Marocchini, Tunisini, Albanesi, Macedoni... Vent'anni fa, nessuno avrebbe pensato ad una simile Babele in Italia, mentre in Svizzera era già cominciata da un pezzo. Oggi anche l'Italia ha problemi analoghi, in modo sempre più vasto. Tanto è vero che sono cominciati ad apparire lavori di ricerca in Didattica della matematica che accomunano problematiche matematiche a linguistiche (Breitwieser et al., 2004).

4. Cause ed effetti: le cose non succedono a caso

L'affannarsi di una piccola parte del mondo nell'arraffare dapprima con violenza esplicita e poi in modi violentemente più subdoli le preziose ricchezze di una grande parte del mondo, ha portato questa grande parte del mondo alla povertà. Si tratta di una povertà materiale, ma non di mancanza di risorse, perché questi Paesi hanno ancora risorse potenzialmente enormi che potrebbero sfruttare, se ne avessero i mezzi.
Si tratta peraltro di una povertà indotta: questa nostra piccola e ricca parte del mondo ha imposto modelli di vita a quella grande e povera parte del mondo, modelli che non erano propri di quelle culture, ma che inducono dipendenza e bisogni la cui soddisfazione richiede tutt'altro, rispetto a ciò cui le culture avrebbero portato, se si fossero sviluppate in modo naturale.
Per esempio, non è ìnsito nelle culture Maya o Quechua o Zulu o Inuit o … il piacere di guidare rombanti fuoristrada o di possedere vasta terra per sete di denaro; ma gli Europei tra il XVI ed il XX secolo hanno depredato, ucciso, distrutto e, soprattutto, imposto modelli culturali propri, religioni a-naturali che non lasciano scampo, sete di possesso. Ora, tutto sommato abbastanza tardi, dopo 3-400 anni, quelle popolazioni non vedono alternativa: per poter aspirare alla realizzazione del sogno del modello sociale europeo che ha trionfato, bisogna andare in Europa ed inserirvisi, lavorare, guadagnare, possedere quei simboli di benessere. Una lavatrice, un'auto, un frigorifero sono ancora sogni inarrivabili per la grande maggioranza delle famiglie del mondo. E così Macedoni, Albanesi, nordafricani arrivano.

[2] Ancora oggi è chiamato ad occuparsi della formazione in servizio di quegli insegnanti di Matematica di scuola primaria; per curiosità, è stata scelta la lingua tedesca (D'Amore, 2004b).

C’è sempre chi, nei vari governi, cavalcando ignoranze populiste nella ricerca di facile consenso, assume il ruolo di difensore delle radici culturali; ma c’è anche chi, fortunatamente molti più, parla di accoglienza, ricordando gli emigranti della propria nazione. Per esempio questo è un sentimento assai popolare in quella Italia (Stella, 2002) che ancora ricorda i propri familiari, un secolo fa, andare in USA, in Australia, in Canada, in Argentina, in Germania, in Svizzera,… in Lussemburgo.
Alcune nazioni, come quelle citate, devono proprio la loro attuale forza economica a livello globale alla mescolanza di idee, di tradizioni, di lingue, al desiderio di affermarsi, lavorando duramente, di quelle popolazioni immigrate.
Viste le vicende sviluppatesi tra il XVI ed il XX secolo, vista la colonizzazione violenta, visto l’eurocentrismo dilagante, le cose non possono ora che andare così. I pronipoti dei violentati, degli sfruttati, degli oppressi arrivano. Non chiedono la restituzione delle immense ricchezze depredate, chiedono di lavorare, di svolgere quei mestieri umili che nessun europeo vuol più fare, esattamente come fecero gli Italiani 100 anni fa negli USA, in Australia ed in Canada.
E così ci ritroviamo oggi, anche in Italia, aule come quelle che venivano descritte in Lussemburgo 20 anni fa… poliglotte ma soprattutto policulturali.

5. Matematica ed eurocentrismo

Siamo così eurocentrici che, a volte, analizziamo le competenze dei bambini stranieri sulla base dei modelli e dei registri nostrani, come se fossimo noi Europei i depositari della cultura e della verità assolute.
Crediamo sia bene, invece, pensare a come stanno le cose per davvero, almeno in Matematica. Ci serviamo dei testi seguenti, anche se non faremo ogni volta le citazioni specifiche per non essere pedanti: Boyer (1968), D’Amore, Matteuzzi (1976), Ifrah (1981), Neugebauer (1957), Picutti (1977).

5.1. Cifre

I segni delle cifre che usiamo oggi sono nati in India, riformulati nel mondo arabo, un po’ in Persia ed un po’ in Iraq. La stessa parola “cifra” è araba: *zifr* (ved. 5.3.). In Europa sono arrivati dopo il IX secolo, in Italia nel XIII; l’accoglienza non è stata delle più felici: le *cifre delli Indi* furono di fatto a lungo avversate.

5.2. Sistema posizionale

L’idea di usare un sistema posizionale non venne in mente né agli Etruschi, per quanto sofisticati, né ai Romani, per quanto potenti, dei quali tanto ci gloriamo; venne in mente a popolazioni tra il Tigre e l'Eufrate, terra tristemente nota oggi per vicende belliche legate a folli terrorismi inumani ma anche a sete di petrolio selvaggia e senza scrupoli; venne in mente ai Maya; la perfezionarono gli Indiani e gli Arabi, diffondendo la base dieci, quella che ancora usiamo.

5.3. Zero

Lo zero fu introdotto in matematica attraverso immagini mistiche dagli Indù del VI sec. e, mentre ebbe successo tra gli Arabi nei secoli immediatamente successivi, ben poco ne ebbe in Europa, dove fu inviso; né i Greci né tanto meno i Romani lo conobbero e lo usarono; mentre è alla base dell'aritmetica Maya fin dall'antichità (ha la forma di conchiglia e si chiama *ombelico*). In Europa fece fatica ad inserirsi; il suo nome arabo *zifr* venne erroneamente interpretato "cifra" ed assunse successivamente il nome di una stella del firmamento: *zephirus*, da cui zero.

5.4. Tempo ed ampiezze angolari

L'idea di dividere l'angolo giro in 360 parti, per cui misure di ampiezze ed orologio si esprimono in strane basi 90 e 60, miste, venne in mente agli Assiri o forse anche prima, ma la perfezionarono i Babilonesi ed i Sumeri, ed ancora oggi la usiamo tutti. Gli Etruschi ed i Romani non furono capaci di elaborare misure adeguate.

5.5. Algoritmi

Gli algoritmi di calcolo che tutti usiamo oggi sono derivati da idee del mondo arabo, con illustri precedenti indiani; quando, nel XIII – XIV - XV secolo, arrivarono in Europa, dove si usavano lenti ed ingombranti abachi e sassolini (da cui ancora oggi si parla di "fare i calcoli", storpiatura da "usare i calcoli", cioè i sassolini), la resistenza fu enorme, tanto che passarono secoli prima che il mondo accademico europeo accettasse questi "strumenti" di calcolo, rapidi e meno complicati; la stessa parola "algoritmo" è la storpiatura tardolatina del toponimo "(al) Khuwarizmi", città di provenienza del grande matematico arabo del IX secolo Mohammad Ibn Musa.
Mentre i Romani sistemavano sassolini nelle scanalature degli abachi, i Cinesi antichi ruotavano dei bastoncini su una tavoletta; per cui i bambini cinesi che abbiamo a scuola, durante le esercitazioni di aritmetica, potrebbero non dire in modo spontaneo "fare i calcoli" ma "mettere a posto i bastoncini".

5.6. Aree e volumi

Il calcolo delle aree delle figure piane e dei volumi dei solidi era certo coltivato in Egitto, ben prima che Roma fosse neppure concepita: ci sono papiri del 1800 a. C. dove si insegna a fare cose di questo tipo; ma anche nel mondo sumero: ci sono tavolette di creta del III e II millennio a. C. nelle quali si propongono calcoli di aree e volumi, neppure tanto banali.

5.7. Circonferenza e diagonale

Così, il calcolo della misura della circonferenza dato il diametro, il calcolo della misura della diagonale di un quadrato dato il lato ed altre cose belle matematiche, non sono nate in Europa, ma importate parecchio tempo dopo, presso l'unica popolazione "europea" in grado di apprezzarla, i Greci, tra il VI ed il IV secolo a.C. Ci sono tavolette sumere del III millennio a. C. e papiri egizi del II che lo testimoniano in modo sicurissimo.

5.8. Teorema di Pitagora

Il cosiddetto teorema di Pitagora (VI - V sec. a. C.) è rappresentato in bella evidenza nel papiro di Rhind, redatto dallo scriba Ahmes nel 1650 a. C., copia di un papiro scritto qualche secolo prima che si stava deteriorando; chiunque lo può vedere esposto in tutta la sua lunghezza e bellezza nel British Museum a Londra.[3]

5.9. Numeri interi

I cosiddetti numeri interi (quelli preceduti da un segno, a scuola detti dunque relativi) sono nati in India nel V secolo e portati dapprima nel mondo arabo e solo nel IX. In Europa, dopo vari inutili tentativi, entrarono nel corso del XIII secolo e si affermarono alla fine del XV. Essi furono peraltro guardati a lungo con sospetto, tanto che venivano chiamati numeri *surdi*, cioè *assurdi*.

5.10. Frazioni

La civiltà che più d'ogni altra ha dedicato studi alle frazioni è quella egizia; su molti papiri e rotoli, già tra il III ed il II millennio a. C., si trovano studiate frazioni, anche in modi non banali. Esistono perfino papiri che narrano leggende e giochi matematici basati sulle frazioni.

5.11. Aritmetica binaria

Tracce di aritmetiche binarie si trovano in numerazioni antiche, soprattutto in centro e sud America. Tutt'oggi esistono popolazioni nell'Amazzonìa ecuatoriana (al confine con la parte contesa dal Perù) che usano spontaneamente aritmetiche binarie (D'Amore, 2002).

5.12. Logica aristotelica e non

Si afferma a volte che la logica è universale e che il suo prototipo per antonomasia siano quella aristotelica e quella megarico-storica; questo è

[3] A proposito: perché per vedere un esempio di cultura egizia bisogna andare a Londra? Perché per vedere gli stupendi manufatti della cultura amerinda bisogna andare a Madrid? Fa parte della violenza e dei furti che l'Europa ha perpetrato per secoli.

tanto vero che più d'un pensatore europeo ha tentato nei secoli addirittura di usare tale logica per descrivere il funzionamento del pensiero umano (G. W. Leibniz e G. Boole, per esempio).
Esistono invece *altre* logiche, nate in Paesi diversi, anch'esse soffocate dal dominio imposto della logica europea.
Per esempio, la logica indù, conosciuta sotto il nome di *nyaya*, è considerata oggi non più che un ricordo storico, quasi di folklore. Tale logica è assai più ancorata alla realtà sensibile di quanto non lo sia la logica greca e questo la rende da un lato molto diversa da essa e dall'altro vicina all'empirismo.
Recentemente, uno degli autori di questo articolo, esaminando le forme del ragionare di allievi evoluti nel corso di dimostrazioni geometriche ed aritmetiche, ha incontestabilmente evidenziato che alcuni alunni considerati deboli non riuscivano ad usare spontaneamente la logica megarico-stoica ed aristotelica, ma usavano invece spontaneamente la nyaya, ovviamente senza averne la minima idea (D'Amore, 2005).

6. Come un aggettivo cambia significato per ignoranza

C'è un aggettivo che dilaga nelle nostre scuole italiane, ma anche nelle TV e sui quotidiani: "extracomunitario".
Sarebbe illuminante fare un'indagine tra le persone, anche colte, anche insegnanti, per indagare su quel che pensano che significhi. Ha assunto un connotato semantico negativo, come di "delinquente" o di "poveraccio morto di fame delinquente potenziale". La colpa delle difficoltà didattiche nelle nostre classi, secondo alcuni, sta nella presenza di studenti extracomunitari. Ma quando poi si analizza a fondo la questione, si scopre che non sono le cittadinanze, ma le lingue, a creare i problemi.
Ora, "extracomunitario" significa "persona la cui provenienza avviene da un Paese che non rientra nella Comunità Europea". Gli Svizzeri sono extracomunitari, i Giapponesi, gli Statunitensi,[4] i Canadesi, gli Australiani, sono tutti extracomunitari.
Se in aula abbiamo un bambino che parla solo olandese, sarà tanto diverso da avere un bambino che parla solo macedone? Il primo è comunitario, il secondo extracomunitario. E allora?
Noi crediamo davvero, confortati da migliaia e migliaia e migliaia di insegnanti saggi, sensibili e colti, dei quali, per fortuna, l'Italia e la Svizzera abbondano, che la provenienza diversa, le diverse lingue, le diverse origini culturali siano una risorsa da sfruttare, come fecero gli USA, il Canada, l'Australia cent'anni fa, trasformando quelle terre di conquista in Paesi ricchi e potenti. Anche culturalmente.

[4] che tutti chiamano Americani, in disprezzo degli Americani non degli USA.

Smettiamo tutti di usare questo aggettivo, “extracomunitario”, se deve essere ambiguo, e diciamo “straniero”; sarà una forma di rispetto per gli esseri umani. E facciamo proselitismo attorno a noi, in qualsiasi modo, perché la parola perda questo significato negativo o, meglio, venga definitivamente abbandonata.
E sfruttiamo invece la ricchezza delle diverse provenienze.
Uno degli autori di questo articolo è extracomunitario.

7. Come sfruttare culturalmente la ricchezza delle diverse provenienze

Invece di verificare se il bambino tunisino o cinese che è entrato in aula sa “fare i calcoli” secondo i nostri parametri ed algoritmi, chiediamogli quali siano i suoi, quali usava in aula, mettiamolo a suo agio, valorizziamone le competenze.
Se usa modi di dire o tecniche diverse, valorizziamole e non puniamo anche questa “diversità”, in un mondo che tende a punirle tutte, razzismo perbenistico dilagante e sottile, del quale neppure a volte ci accorgiamo e che non siamo disposti ad ammettere.
I nostri algoritmi di calcolo non sono gli unici, non sono neppure i migliori, non sono gli assoluti; sono solo il prodotto di una cultura che ha eliminato gli altri e che, ora, li crede unici. Se siamo tanto ignoranti da non saperlo, almeno dovremmo essere disponibili ad ascoltare chi ne conosce altri.
Non ammettere in aula altri algoritmi, altri modi di pensare alla Matematica, sarebbe, oltre che un’ingiustizia, anche un’irrimediabile perdita culturale.

8. Scenari futuri

Non c’è niente da fare; il futuro vedrà sempre più, anche in Italia ed in Europa, com’è successo per USA, Australia, Canada,[5] Germania, Lussemburgo, Svizzera,… delle società multiculturali.
Arroccarsi su pseudo nazionalismi culturali populistici significa essere retrogradi, non accettare l’evidenza ed il futuro, come quegli insegnanti che lottano contro l’uso del PC o, più modestamente, della macchina calcolatrice; sarebbe come lottare contro l’automobile, la TV, i cd di musica; una lotta stupida, inutile, antistorica, sterile, perdente.
È purtroppo possibile trovare nella scuola esempi di tali lotte perdenti che allontanano i nostri giovani dall’amore verso la Cultura, se essa è interpretata da certi modelli umani.

[5] Basti pensare a come parlano tra loro i bambini canadesi, in un miscuglio di due lingue, ovviamente inglese e francese, accettato socialmente, perfino a scuola, e sempre più diffuso (Radford, 2004).

Meno male che si tratta di casi rarissimi e meno male, invece, che la stragrande maggioranza degli insegnanti è disposta a vivere il mondo per quel che è, per come si presenta nel futuro, mostrandolo ai giovani e condividendolo con loro, accettando le diversità di lingua, di cultura, di religione, di fisico, di idee.
Questa si chiama *intelligenza* (in senso etimologico), altra parola talvolta usata a sproposito…
Ne guadagneremmo tutti una visione più concreta di fratellanza universale in un'epoca nella quale il bisogno di amore e di pace supera qualsiasi altro.
Che questo messaggio passi anche attraverso la Matematica, potrebbe essere un fatto esemplare e denso, di grande forza culturale ed etica.

Bibliografia

Boyer C. (1968). *Storia della matematica*. Milano: Isedi. 1976. I ed. originale USA 1968.

Breitwieser R., Comploj P., D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I., Hochwieser E., Gris A., Maier H., Lott T., Santo G. (2004). Matematica, Italiano e Tedesco, per giocare ad imparare lingue e matematica insieme. *Rssegna. Periodico dell'Istituto Pedagogico. Bolzano.* 24, 104-109.

D'Ambrosio U. (2002). *Etnomatematica*. Bologna: Pitagora. [Si tratta della traduzione italiana in tomo unico di due libri di D'Ambrosio editi in portoghese].

D'Amore B. (2001). *Scritti di epistemologia matematica. 1980-2001*. Bologna: Pitagora.

D'Amore B. (2002). Matematica in alcune culture sudamericane. Un contributo all'etnomatematica. *Bollettino dei docenti di matematica* (Bellinzona, Svizzera). 44, 39-46. [Questo articolo ha avuto anche edizioni in portoghese e spagnolo].

D'Amore B. (2004a). Il ruolo dell'epistemologia nella formazione degli insegnanti di Matematica nella scuola secondaria. *La matematica e la sua didattica* (Bologna, Italia). 4, 4-30.

D'Amore B. (2004b). Die Mathematikdidaktische forschung als Epistemologie des Mathematiklernens. In: AA. VV. (2004). *Didaktik der Mathematik in der Primärschule*. Lussemburgo: Ministère de l'Éducation nationale de la Formation professionelle et des Sports. ISBN 2 – 87995 – 108 –9. 65-98.

D'Amore B. (2005). Young Pupils' Mathematical Argumentation and Indian Logic (*nyaya*). In corso di stampa.

D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2001). Matemática de la cotidianidad. *Paradigma* (Maracay, Venezuela), XXII, 1, 2001, 59-72.

D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2004). Cambi di convinzione in insegnanti di matematica di scuola secondaria superiore in formazione iniziale. *La matematica e la sua didattica* (Bologna, Italia). 3, 27-50.

D'Amore B., Matteuzzi M. (1976). *Gli interessi matematici*. Venezia: Marsilio.

Ifrah G. (1981). *Storia universale dei numeri*. Milano: A. Mondatori. 1983. I ed. originale Francia 1981.

Neugebauer O. (1957). *Le scienze esatte nell'antichità*. Milano: Feltrinelli. 1974. I ed. originale USA 1957.

Picutti E. (1977). *Sul numero e la sua storia*. Milano: Feltrinelli.

Radford L. (2004). La généralisation mathématique come processus mathématique. In: Arrigo G. (ed.) (2004). *Atti del Convegno di didattica della matematica*. Quaderni Alta Scuola Pedagogica. Bellinzona: Centro didattico cantonale. 11-28.

Speranza F. (1997). *Scritti di epistemologia della matematica*. Bologna: Pitagora.

Stella G.A. (2002). *L'orda. Quando gli Albanesi eravamo noi*. Milano: Rizzoli.